

Санкт-Петербургский государственный университет

Механика и математическое моделирование
Физическая механика

Кремнев Иван Александрович

Математическое моделирование процесса
образования облака из техногенных
микрочастиц, непрерывно инжектируемых
точечным источником, движущимся в
околоземном космическом пространстве по
заданной орбите

Бакалаврская работа

Научный руководитель:
д. ф.-м. н., профессор Е. К. Колесников

Рецензент:
к. ф.-м. н. С. В. Чернов

Санкт-Петербург
2016

SAINT-PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Mechanics and mathematical modelling
Physical mechanics

Ivan Kremnev

Mathematical modelling of technogenic
microparticle cloud formation process with
continuous injection from a point source
orbiting in near-earth space along selected
trajectory

Bachelor's Thesis

Scientific supervisor:
professor Evgeniy Kolesnikov

Reviewer:
PhD Sergey Chernov

Saint-Petersburg
2016

Оглавление

Введение	4
1. Физическая постановка задачи	5
2. Силы, определяющие динамику источника и частиц облака	7
3. Математическая модель	9
4. Особенности динамики облака МЧ на различных орбитах	10
5. Анализ облака МЧ на орбите «Молния»	16
Заключение	19
Список литературы	21

Введение

Ввиду постоянного роста числа пассивных орбитальных объектов техногенного происхождения (космического мусора) в околоземном космическом пространстве (ОКП) проблема наблюдения и предсказания эволюции облака космического мусора в ОКП приобретает всё большую значимость.

Можно выделить несколько направлений исследований в данной области: изучение динамики крупных объектов космического мусора, таких как вышедшие из строя КА и их обломки; исследование динамики мелких частиц размера порядка нескольких миллиметров; изучение динамики микрочастиц (МЧ) размера менее миллиметра.

В частности, важное место занимает вопрос о динамике техногенных МЧ размера от 1 μm до 400 μm . Такими частицами являются, в частности, продукты деградации материала поверхности КА. Наблюдения показывают, что на некоторых околоземных орбитах могут существовать облака МЧ, называемые астрозолями, которые представляют угрозу для функционирования КА на данных орбитах [7]. В области низких высот (до 2000 km) максимальная плотность потока частиц в астрозольных облаках может достигать значений порядка $12 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ при средней фоновой плотности потока порядка $1.7 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Механизм появления таких облаков до сих пор не изучен, однако предполагается, что одним из возможных источников техногенного загрязнения ОКП в области низких орбит могут служить объекты, движущиеся по высоким эллиптическим орбитам с низким перигеем типа орбиты спутника «Молния» [4].

В данной работе ставится задача построения математической модели процесса загрязнения области низких орбит продуктами деградации поверхности КА в условиях их непрерывной инжекции. Основное внимание уделено исследованию особенности динамики облака техногенных МЧ, инжектируемых точечным источником, движущимся по орбите типа «Молния».

1. Физическая постановка задачи

Исследуется эволюция облака техногенных МЧ, непрерывно инжектируемых на выбранных околоземных орбитах точечным источником. Рассматриваются орбиты:

- Высокие эллиптические орбиты (ВЭО) типа «Молния»
- Низкие круговые орбиты
- Высокие круговые орбиты

Параметры орбит представлены в Таблице 1.

Орбита	Наклонение	Высота перигея	Высота апогея
«Молния»	62.8°	40 000 km	500 km
Орбита спутника LDEF	28.5°	473 km	483 km
Геостационарная орбита	0°	35 786 km	35 786 km

Таблица 1: Элементы избранных орбит

Движение источника МЧ определяется силой притяжения к Земле и описывается классическим уравнением движения материальной точки с радиус-вектором \vec{r}_s и вектором скорости \vec{v}_s в геоцентрической инерциальной системе координат (ECI):

$$m \frac{d\vec{v}_s}{dt} = \vec{F}_g + \vec{F}_g^{dist} \quad (1)$$

В формуле (1) \vec{F}_g — сила тяготения в центральном гравитационном поле Земли, \vec{F}_g^{dist} — возмущение силы тяготения, обусловленное отклонением гравитационного поля Земли от центрального.

Облако МЧ описывается отдельными частицами. Динамика каждой МЧ определяется наборами индивидуальных параметров частицы и сил, действующих на неё со стороны окружающей среды, и также описывается законом Ньютона. Рассмотрена следующая физическая мо-

дель эволюции шарообразной частицы радиуса R и массы m с радиус-вектором \vec{r} и вектором скорости \vec{v} в системе координат ECI:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_g + \vec{F}_g^{dist} + \vec{F}_{rad} + \vec{F}_{drag} \quad (2)$$

Кроме упомянутых сил, здесь представлены: \vec{F}_{rad} — сила солнечного давления, \vec{F}_{drag} — сила сопротивления электронейтральной компоненты атмосферы Земли.

Сила Лоренца в данной постановке не принимается в расчёт, так как для МЧ размера более $0.1 \mu\text{m}$ ее относительный вклад в динамику МЧ слишком мал [5]. Гравитационные возмущения, связанные с притяжением Солнца и Луны также не учитывались при решении задачи на временах до месяца, будучи малыми относительно других возмущений (порядка 6 mm s^{-2} и 0.03 mm s^{-2} соответственно).

2. Силы, определяющие динамику источника и частиц облака

Сила \vec{F}_g центрального гравитационного поля Земли определяется формулой

$$\begin{aligned}\vec{F}_g &= -m\nabla V_0 \\ V_0 &= -\mu/r\end{aligned}\tag{3}$$

где V_0 — потенциал центрального гравитационного поля Земли, $\mu = GM_E$ — гравитационный параметр Земли, равный $3.986 \times 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$.

Возмущение центрального гравитационного поля Земли \vec{F}_g^{dist} описывается рядом Гаусса в соответствии с формулой

$$\begin{aligned}\vec{F}_g^{dist} &= -m\nabla V_{dist} \\ V_{dist} &= -\frac{\mu}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{r_0}{r}\right)^n (c_{nm} \cos(m\phi) + d_{nm} \sin(m\phi)) P_{nm}(\sin \psi)\end{aligned}$$

Здесь постоянная $r_0 = 6.363\,553 \times 10^6 \text{ m}$, P_{nm} — присоединенные многочлены Лежандра, а коэффициенты c_{nm} , d_{nm} определяются эмпирически. Аргументами являются географическая долгота ϕ и географическая широта ψ [5]. Основной вклад в возмущение гравитационного поля Земли вносит вторая гармоника, отвечающая за полярное сжатие Земли и вычисляемая по формуле

$$\begin{aligned}\vec{F}_g^{dist} &= -m\nabla V_{20} \\ V_{20} &= \frac{\mu c_{20} r_0^2}{2r^3} (3 \sin^2 \psi - 1)\end{aligned}\tag{4}$$

Силу солнечного давления \vec{F}_{rad} , природа которой заключается в передаче МЧ импульса фотонов солнечного света при их поглощении и рассеянии веществом МЧ, можно выразить соотношением

$$\vec{F}_{rad} = \frac{Q_{pr} N \pi R^2}{c} \vec{v}\tag{5}$$

Коэффициент Q_{pr} является материалозависимой эффективностью солнечного давления на МЧ, усредненной по всему спектру солнечного

излучения, и вычисляется согласно формулам теории Ми [5]. Значения коэффициента для различных материалов и радиусов МЧ взяты из материалов работы [6]. Величина N отвечает за плотность потока солнечной энергии на орбите Земли и равна 1366 W m^{-2} , R — радиус сферической микрочастицы, $c = 2.997\,924\,58 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ — скорость света в вакууме. Вектор \vec{r} есть единичный вектор, направленный от Солнца к Земле. Годичным движением Солнца на рассмотренных временах порядка десятка дней можно пренебречь, положив этот вектор постоянным. Следует отметить, что эффект Пойнтинга-Робертсона не принимается в расчёт в виду малости отношения $\frac{v}{c}$.

Последним среди учтённых возмущений является сила сопротивления движению МЧ со стороны атмосферы Земли. Эффект данной силы сказывается на высотах менее 1000 km и вычисляется по формуле:

$$\vec{F}_{drag} = -c_x \frac{\pi R^2}{2} \rho_a v \vec{v} \quad (6)$$

Здесь коэффициент лобового сопротивления шара $c_x = 2$ соответствует модели неупругого столкновения молекул фонового газа с МЧ, а ρ_a — общая высотная плотность атмосферы. Значения ρ_a рассчитаны на основе модели атмосферы NRLMSISE-00 с усреднением по сезонным и суточно-широтным колебаниям и значениям параметров в периоды низкого, среднего и высокого уровней солнечной и геомагнитной активностей для выбранных высот [3]. Между выбранными значениями высот плотность атмосферы аппроксимируется кусочно-экспоненциально.

3. Математическая модель

Уравнение движения точечного источника МЧ (1) и N уравнений движения N частиц вида (2) могут быть записаны в виде $N + 1$ системы из 6-ти обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Численное решение задачи Коши для каждой системы использует метод Рунге-Кутты 4-го порядка точности с постоянным шагом $h = 1 \text{ min}$. Погрешность решения на всём времени существования МЧ оценивается по правилу Рунге и не превышает 40 km.

Для моделирования непрерывной инжекции МЧ через равные промежутки времени $\tau = 10 \text{ min}$ создается 1 частица выбранного радиуса со случайной начальной скоростью \vec{v}_0 относительно источника, распределение которой равномерно по величине от 0 до 10 cm s^{-1} и по направлению в пространстве относительно источника [1], [2]. Выбор определенного размера частицы обусловлен рассмотрением динамики соответствующей фракции облака МЧ. Эта частица добавляется к уже существующему массиву частиц, тем самым добавляя одну систему дифференциальных уравнений типа (2) к уже имеющимся. Падающие или покидающие ОКП частицы удаляются из облака, тем самым сокращая количество имеющихся систем типа (2) на одну.

Таким образом, число решаемых систем уравнений меняется каждый шаг численного метода. Для уравнения движения источника МЧ (1) начальными данными служат параметры запуска КА $(\vec{r}_{s0}, \vec{v}_{s0})$, для уравнений движения МЧ (2) — текущая координата источника и случайно заданная скорость частицы $(\vec{r}_s, \vec{v}_s + \vec{v}_0)$.

4. Особенности динамики облака МЧ на различных орбитах

Запуск симуляции осуществляется посредством задания начальных значений положения и скорости источника в географических координатах: высоты, широты и долготы точки запуска, величины и углов азимута и подъема скорости.

На высотах менее 1000 km особенности динамики МЧ любого размера определяет сила атмосферного сопротивления \vec{F}_{drag} . Для низких круговых орбит типа орбиты спутника LDEF это сказывается в быстром торможении инжектируемых МЧ и их падении на Землю в течение 2-14 часов с момента инъекции. Устойчивого плотного облака МЧ не образуется (Рис. 1). Здесь и далее при изображении облака МЧ синем цветом отражены МЧ, красным — источник, бирюзовым — контур Земли; масштаб указан рядом с осями.

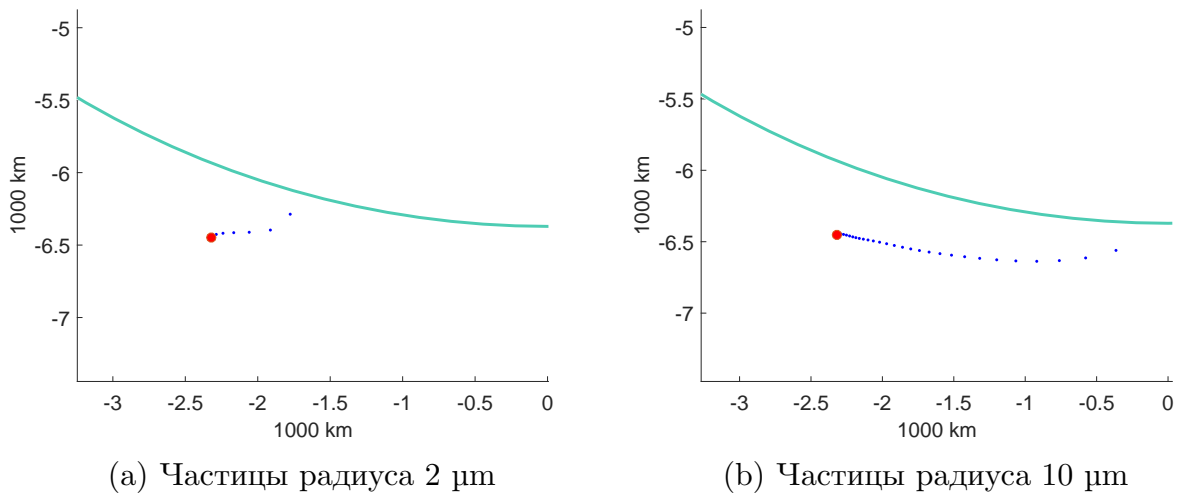
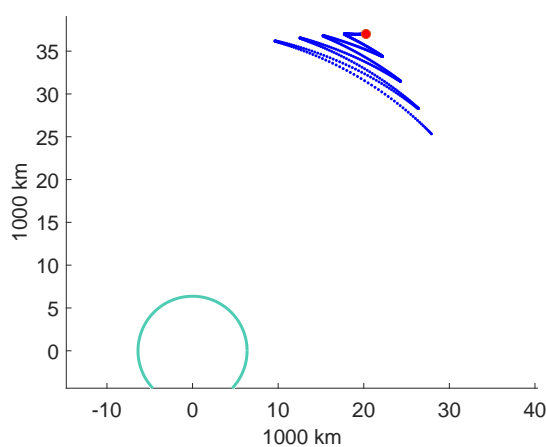


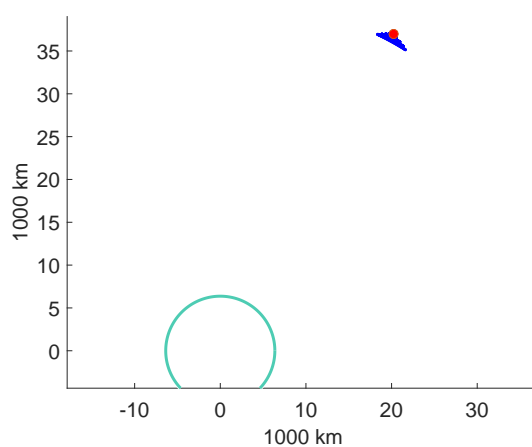
Рис. 1: Облако МЧ спустя 100 часов с момента запуска источника на низкой круговой орбите

На высоких круговых орбитах для МЧ различных размеров основным возмущением является сила солнечного давления \vec{F}_{rad} . Хотя в орбитальном масштабе облако держится компактно в течение длительного времени, за счёт ускорения солнечным давлением оно получает своеобразную зигзагообразную форму (Рис. 2,3), которая сжимается и

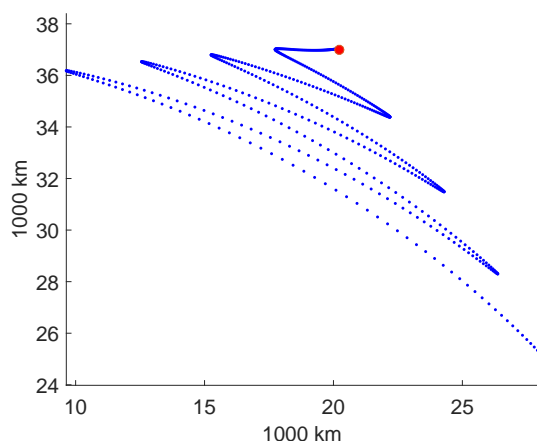
расширяется в поперечном направлении при движении по орбите. Подобная форма объясняется действием солнечного давления на МЧ, которое с течением времени спускает частицы, инжектированные на высоких круговых орбитах, на ВЭО с низким перигеем. Так как каждая частица инжектируется источником в свой момент времени и в определённом месте материнской орбиты, сход частиц на ВЭО выглядит как непрерывное от частицы к частице изменение параметров их орбиты. Такой источник также не создаёт плотных потоков частиц в низкоорбитальной области.



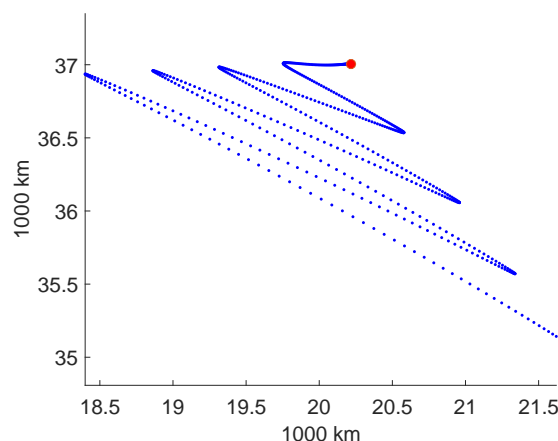
(a) Частицы радиуса 2 μm , крупный масштаб



(b) Частицы радиуса 10 μm , крупный масштаб

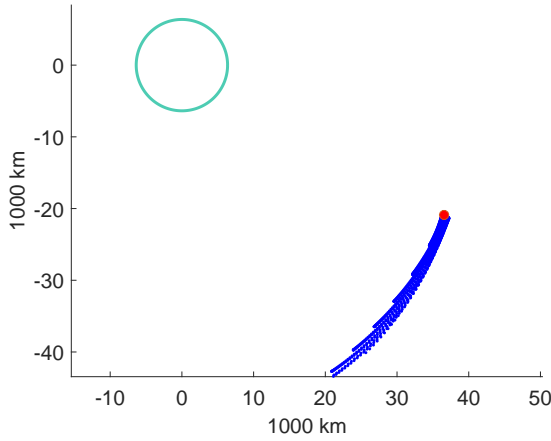


(c) Частицы радиуса 2 μm , вблизи источника

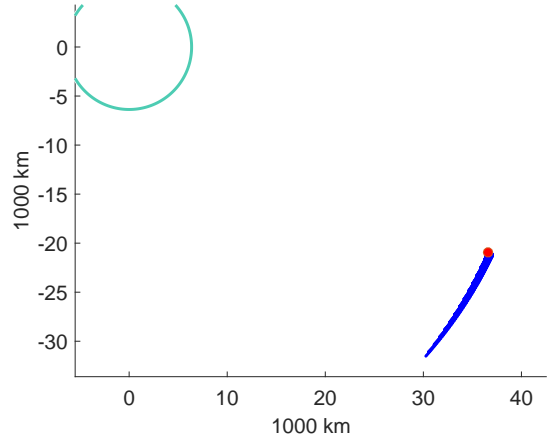


(d) Частицы радиуса 10 μm , вблизи источника

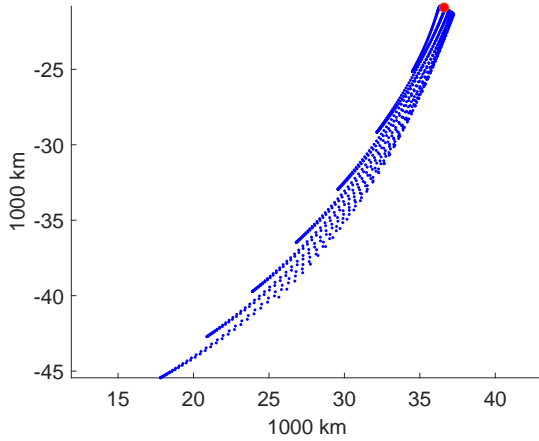
Рис. 2: Облако МЧ спустя 100 часов с момента запуска источника на геостационарной орбите



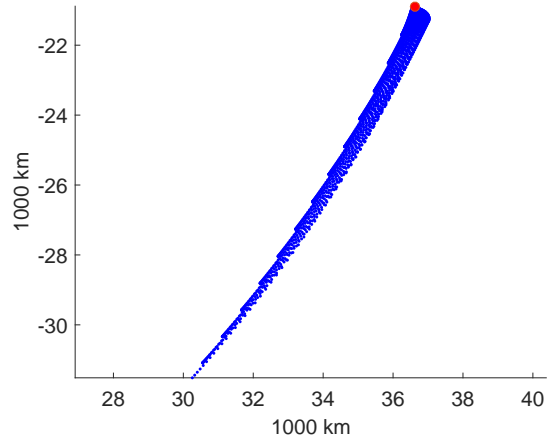
(a) Частицы радиуса 2 μm , крупный масштаб



(b) Частицы радиуса 10 μm , крупный масштаб



(c) Частицы радиуса 2 μm , вблизи источника



(d) Частицы радиуса 10 μm , вблизи источника

Рис. 3: Облако МЧ спустя 330 часа с момента запуска источника на геостационарной орбите

На высоких эллиптических орбитах значительную роль играет возмущение силы притяжения \vec{F}_g^{dist} . Именно оно определяет особенности динамики облака для частиц радиуса 10 μm и больше. Все частицы данных размеров остаются вблизи материнской орбиты, которая прецессирует с течением времени под действием \vec{F}_g^{dist} . Наименее подвержены прецессии ВЭО с наклоном около 63° , что соответствует наклону орбиты «Молния», в то время как на орбитах с малым наклоном при участии солнечного давления происходит расслоение облака в масштабах нескольких десятков километров (Рис. 4).

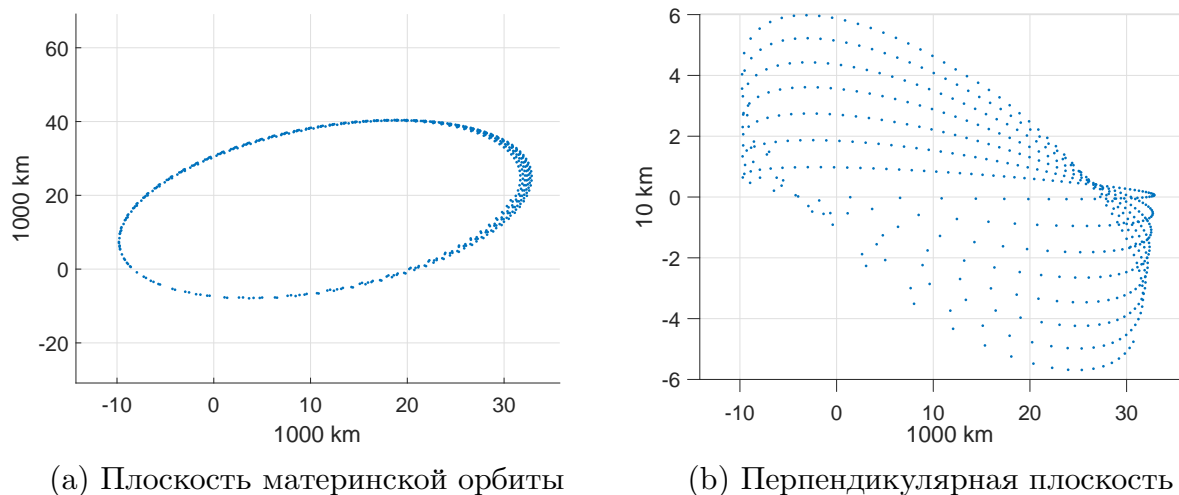


Рис. 4: Облако МЧ радиуса $10 \mu\text{m}$ спустя 83 часа с момента запуска источника на ВЭО с малым наклоном

На орбитах «Молния», тем не менее, большое значение вновь приобретает сила солнечного давления. За счёт неё на начальных этапах частицы идут вблизи материнской орбиты с опережением источника (Рис. 5). Спустя некоторое время с момента запуска источника более старые частицы начинают уходить с материнской орбиты, уменьшая высоту апогея своей орбиты. Со временем облако заполняет всю орбиту (Рис. 6, 7, 8, 9).

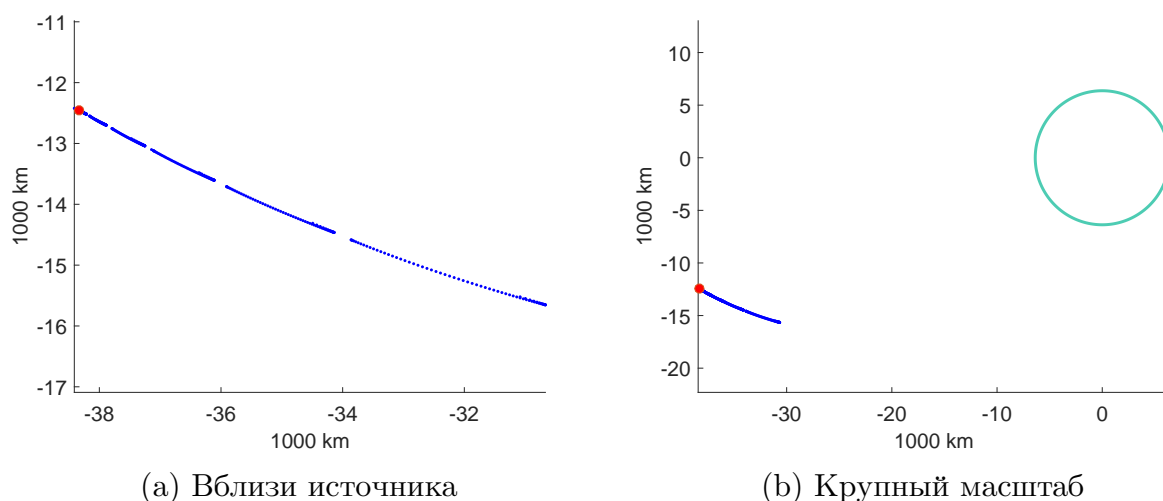
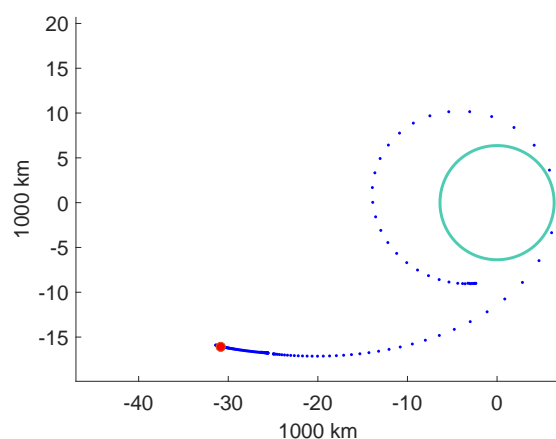
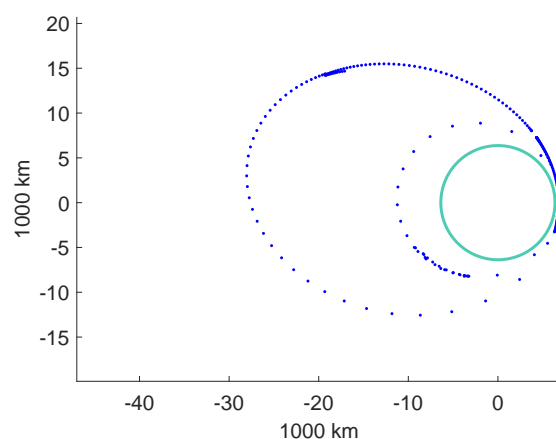


Рис. 5: Облако МЧ радиуса $10 \mu\text{m}$ спустя 80 часов с момента запуска источника на орбите «Молния»

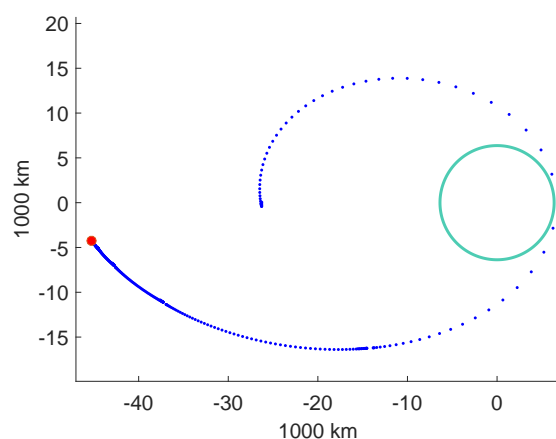


(a) Спустя 33 часа

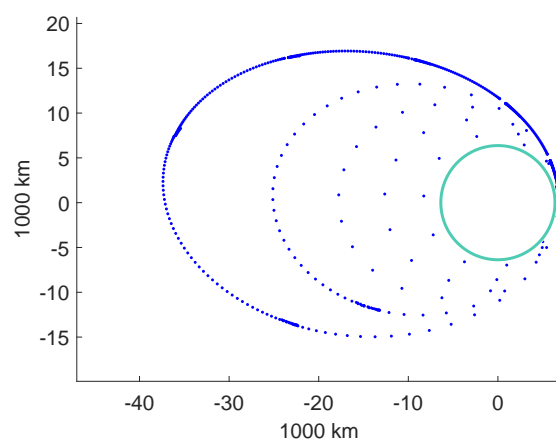


(b) Спустя 330 часов

Рис. 6: Облако частиц радиуса 2 μm от источника на орбите «Молния»

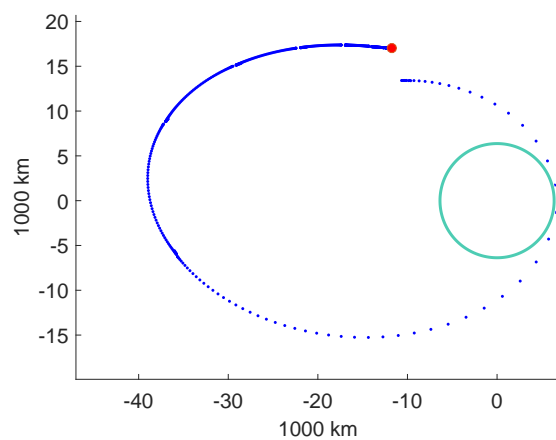


(a) Спустя 78 часов

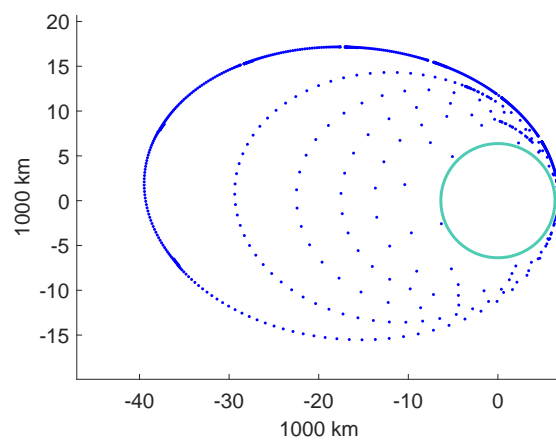


(b) Спустя 330 часов

Рис. 7: Облако частиц радиуса 5 μm от источника на орбите «Молния»

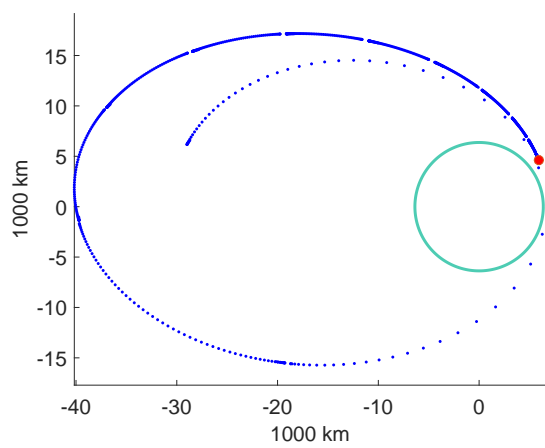


(a) Спустя 108 часов

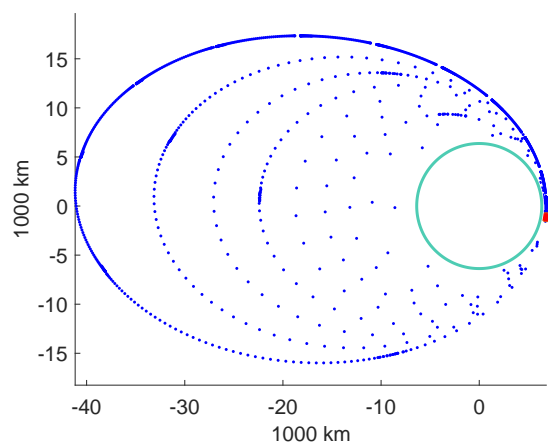


(b) Спустя 330 часов

Рис. 8: Облако частиц радиуса 7 μm от источника на орбите «Молния»



(a) Спустя 150 часов



(b) Спустя 330 часов

Рис. 9: Облако МЧ радиуса $10 \mu\text{m}$ от источника на орбите «Молния»

5. Анализ облака МЧ на орбите «Молния»

Подробные количественные исследования проведены для ВЭО «Молния», представляющей наибольший интерес в вопросе происхождения облака техногенных МЧ в области низких околоземных орбит. Исследована динамика отдельных фракций частиц размеров от 1 до 50 μm в течение 19 суток с момента запуска.

При симуляции образования облака скорость инъекции считалась постоянной для частиц всех размеров: $\tau^{-1} = 0.1 \text{ min}^{-1}$. Чтобы корректно интерпретировать полученные значения потока МЧ, необходимо знать действительную скорость деградации материала поверхности КА и распределение по размерам инжектируемых частиц. Распределение было принято в соответствии с данными наблюдений оптического окружения ходе миссии КА MSX [1], орбита которого была круговой с высотой 900 km. По имеющимся данным, наибольшую часть облака составляют частицы радиуса 10 μm и 20 μm . Частота инъекции МЧ была рассчитана исходя из значения массовой потери краски КА Space Shuttle в ходе эксперимента EOIM-3 на низкой орбите, составившей $700 \text{ gm}^{-2}\text{y}^{-1}$, что является оценкой сверху массовой потери материала покрашенной поверхности КА, движущегося по высокой эллиптической орбите.

Как было продемонстрировано на Рис. 6,7,8,9, все фракции облака имеют однотипную динамику, отличающуюся скоростью схода МЧ с материнской орбиты и темпом уменьшения высоты апогея их орбиты. Перигеи орбит всех отдельных потоков облака почти совпадают с перигеем материнской орбиты, что позволяет делать заключение о наивысшей плотности потока частиц вблизи него. Поэтому область перигея материнской орбиты является наиболее вероятной областью нахождения астрозолей.

Проявление эффекта солнечного давления падает с ростом размера частиц, что сказывается в уменьшении скорости их схода с материнской орбиты, однако его наличие определяет локальную структуру облака. В силу непрерывности инъекции МЧ источником появляются

группы МЧ, на которые солнечное давление успевает оказать примерно одинаковое воздействие на начальных этапах их существования. Такие группы выглядят как непрерывное образование в пространстве (Рис. 10), которое обладает большей плотностью для частиц большего размера. При прохождении источника через область низких орбит под действием атмосферного сопротивления группа отрезается от источника и перестает формироваться. Тем не менее, она продолжает двигаться по орбите в компактном виде в течение некоторого времени, о чем свидетельствует наблюдение подобных групп МЧ на некотором отдалении от перигея материнской орбиты. Астрозоли в низкоорбитальной области могут быть представлены, в частности, именно такими группами МЧ.

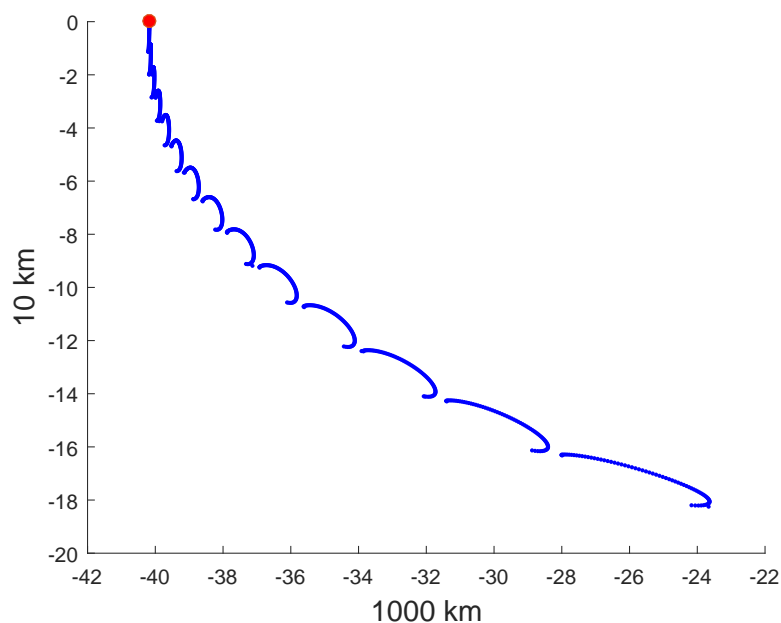


Рис. 10: Группы МЧ радиуса 10 μm . Плоскость, перпендикулярная орбите

При прохождении такой группы МЧ через район перигея происходит ее уплотнение, так как все частицы облака, независимо от своей текущей орбиты, имеют общий район перигея. При данных обстоятельствах сечение области пространства, занимаемой такой группой, может иметь площадь 10^8 m^2 при поперечных размерах порядка около 900 м, а плотность потока МЧ в ней достигает $9 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ (Рис. 11). Протяженность подобной группы МЧ составляет 530 km, и время ее прохода

через район перигея приблизительно равняется 13 секундам.

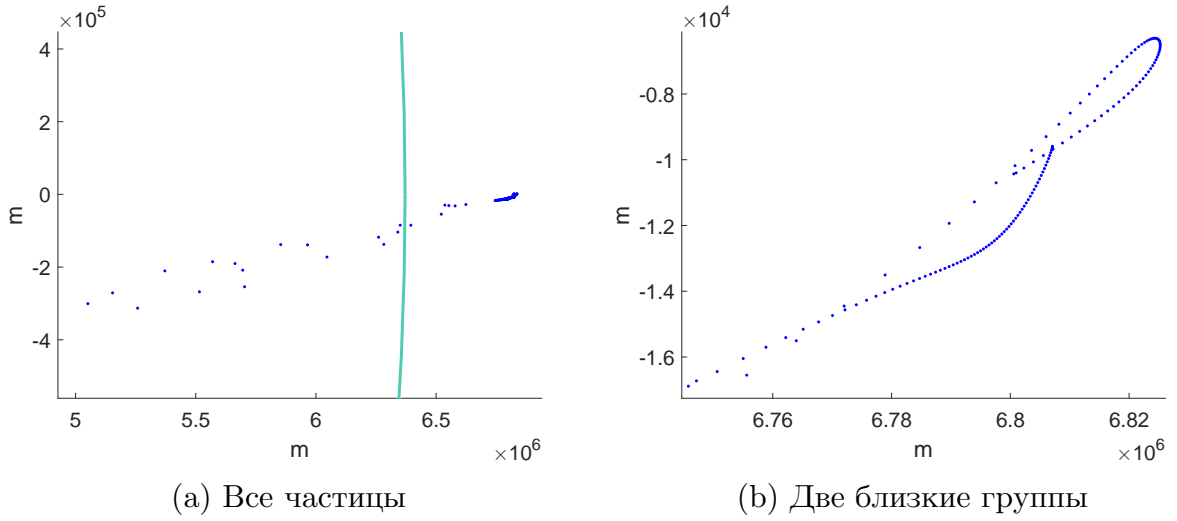


Рис. 11: МЧ радиуса 10 μm , проходящие район перигея в момент времени 452 часа 20 минут с момента запуска источника

Так как скорости падения на Землю частиц каждой фракции облака отличны, стационарное состояние облака устанавливается по истечении среднего времени жизни на орбите наиболее крупных частиц облака, в данном случае 50 μm . Это соответствует 450 часам после запуска источника. По истечении этого времени можно делать выводы о средней плотности потока частиц в районе перигея орбиты «Молния». На Рис. 12 изображен такой средний поток. На занимаемой им площади около $6.6 \times 10^9 \text{ m}^2$ его величина составляет $1.8 \times 10^{-3} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$. Здесь же видна одна плотная группа МЧ, движущаяся на отдалении от основного потока, с плотностью $8 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ (помечена розовым цветом).

Полученное значение среднего фонового потока МЧ в районе перигея ВЭО «Молния» совпадает с зарегистрированными в ходе миссии КА LDEF [4]. Значения потока плотной группы МЧ отличается на порядок от значения потока частиц в астрозоле. Исходя из этих соображений, можно сделать вывод, что деградация поверхностных материалов КА, движущихся на ВЭО типа «Молния» может быть источником астрозолей в низкоорбитальной области.

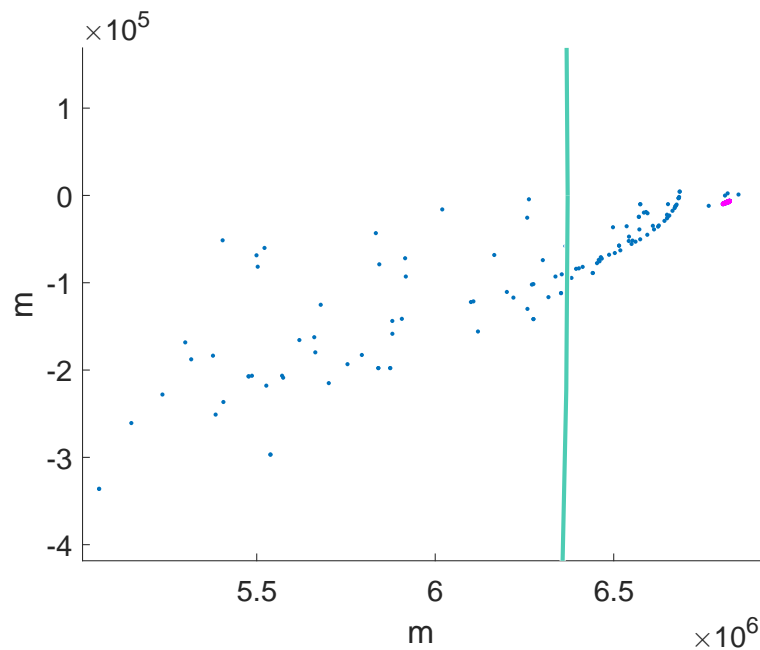


Рис. 12: МЧ, проходящие район перигея в момент времени 479 часов 20 минут с момента запуска источника

Заключение

На основе построенной математической модели динамики облака техногенных МЧ в условиях их непрерывной инжекции точечным источником, движущимся по выбранной орбите в ходе численных экспериментов были получены следующие результаты:

- Низкие круговые орбиты не являются источником астрозолей на низких орбитах. Среднее время жизни частиц составляет от 2 до 14 часов для МЧ различных фракций вследствие быстрого торможения частиц атмосферой.
- Высокие круговые орбиты также не являются источником астрозолей на низких орбитах. Образующиеся облака рассеиваются под действием солнечного давления, которое также медленно сводит частицы на ВЭО с низким перигеем.
- Высокие эллиптические орбиты с низким перигеем представляют потенциальный источник потоков МЧ в низкоорбитальной области со средними значениями порядка $10^{-3} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}$ и пиковыми

порядка $9 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$. Вероятно, появление астрозолей с плотностью потока частиц около $12 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ может быть объяснено деградацией поверхности материала КА, движущегося по данным орбитам.

В качестве дальнейших исследований следует разобрать вопрос динамики частиц земного происхождения, выбрасываемых с поверхности КА при выходе на ВЭО. Также следует подробнее изучить процесс деградации других материалов поверхности КА в условиях преобладания безатмосферной среды.

Список литературы

- [1] Green B.D, Galica G.E. et al. Optical environment surrounding the MSX spacecraft // Proceedings of the 7th International Symposium on Materials in Space Environment, Toulouse, France. — 1997.
- [2] Klinkrad H. Space Debris. Models and Risk Analysis / European Space Agency. — Springer-Praxis, 2006. — ISBN: 3-540-25448-X.
- [3] NRLMSISE-00 empirical model of the atmosphere: Statistical comparison and scientific issues / J.M. Picone, A.E. Hedin, D.P. Drop, A.C. Atkin // Geophys. Res. — 2002. — Vol. 107, no. A12. — P. SIA 15–1 — SIA 15–16.
- [4] Singer S.F., Mulholland J.D. et al. LDEF Interplanetary Dust Experiment: Techniques for the Identification and Study of Long-Lived Orbital Debris Clouds. — 1991. — IAF PAPER 91-285.
- [5] Колесников Е.К. Динамические модели процессов распространения потоков заряженных частиц в космической плазме : Диссертация на соискание степени доктора ф.-м. наук / Е.К. Колесников ; СПбГУ. — СПб, 1998.
- [6] Исследование астрозолей в околоземном космическом пространстве с использованием результатов бортовых измерений и математического моделирования. Анализ воздействия потоков астрозолей на элементы конструкции космических аппаратов : Отчет : МНТЦ 3412 / Научно-исследовательский институт математики и механики им. академика В.И. Смирнова Санкт-Петербургского государственного университета ; исполн.: Е.К. Колесников и др. — 198504, Россия, Санкт-Петербург, Петродворец, Университетский пр., 28 : 2010.
- [7] Колесников Е.К., Чернов С.В. О возможности длительного орбитального существования субмикронных частиц, инжектируемых в

околоземное космическое пространство на вытянутых эллиптических орбитах с низким перигеем // Космические исследования. — 2013. — Т. 51 №4. — С. 287–293.